

ISSN (print) 2312–4547, ISSN (on-line) 2415–7325.

ВІСНИК ДНУ. Серія "Моделювання". 2016. Вип. 8, № 8. С. 204–221

DOI 10.15421/141610

Проблеми математичного моделювання
та теорії диференціальних рівнянь

УДК 532.5, 523.9

КОСМОЛОГІЧНІ НАСЛІДКИ ВИХРОВОЇ ГІДРОДИНАМІКИ: ВИХРОВА І ТЕМНА ЕНЕРГІЯ В КОСМОСІ

В. І. Перехрест

*Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара,
49050, Дніпропетровськ, пр. Гагаріна 72, E-mail: prokhrest@i.ua*

Представлено проф. Гоманом О. Г.

На основі узагальнення кількох точних розв'язків гідродинамічних рівнянь Ейлера для циліндричних та сферичних вихрових течій встановлено, що у негвинтових течіях інтеграл енергії містить додатковий член з фізичним смислом потенціальної енергії. Показано, що наявність цього члена розв'язує віріальний парадокс у астрофізиці, тобто вказана потенціальна енергія може відігравати роль т.з. «темної енергії» у точній відповідності з теоремою про віріал. Аналіз градієнтних силових полів у вихорі дозволив визначити відповідний силовий вплив темної енергії та виділити еквівалентну йому умовну темну матерію, яка заповнює зовнішні гало галактичних вихорів.

Ключові слова: вихрова гідродинаміка, астрофізика, теорема про віріал, темна енергія, темна матерія.

1. Вступ

Вихрова гідродинаміка, на жаль, досі мала досить незначний розвиток і застосування в астрофізиці, хоча на перший погляд майже усі спіральні галактики мають виразні форми вихорів. Суттєвим проривом вихрової гідродинаміки у космофізику була вихрова гіпотеза К. фон Вайцекера 1943 [1] про утворення Сонячної системи потужним просторовим вихором, у якому було стільки вихрових зон (кілець), скільки є великих планет. Ця гіпотеза має коректне фізичне обґрунтування у тому, що число Рейнольдса для космічного середовища є дуже великим ($\approx 10^8$) і значно перевищує його критичне значення [2]. Це значить, що увесь космос є вихровим і заповненим турбулентністю різних масштабів. Але, попри високу оцінку цих ідей видатним астрофізиком Г. Гамовим [3] «Вайцекер вніс свіжий струмінь у стояче болото походження планет» — вона не отримала теоретичного обґрунтування і розвитку, оскільки не було підходящих розв'язків гідродинамічних рівнянь; згодом вона була відкинута і майже забута. Отриманий нами у 2002 році новий точний розв'язок сферично-осесиметричних рівнянь Ейлера [4] не лише

підтвердив правильність гіпотези Вайцзекера майже буквально, а й у подальшому розвитку дав коректні результати розрахунку основних глобальних параметрів зіркових планетних систем [5, 6].

Звернемо увагу на те, що в останні десятиліття у більшості астрофізичних центрів світу (ESA–ESO, CITA, NASA, Каліфорнійський техн. ін-т та ін.) інтенсивно розвивалися технології чисельного інтегрування гідродинамічних рівнянь Нав'є – Стокса, ускладнених наявністю термо- та магнітодинамічних полів [7–9] — це фактично реанімує вихрові концепції Вайцзекера – Гамова. У математичну модель вносилися певні початкові чи постійно діючі нерівномірності збурення полів густини чи тиску, і у деяких випадках отримувалися нестабільні вихрові форми, якісно схожі на реальні космічні структури [8].

Сучасна астрофізика завдяки більш точним засобам вимірювання параметрів космічних об'єктів виявила низку суперечностей попередніх уявлень і теорій про утворення та еволюцію таких скупчень як туманності, галактики і Всесвіт у цілому. Зокрема, теорія Клаузіуса – Фрідмана про однорідний Всесвіт висунула так звану «теорему про віріал» [10], за якою середня потенціальна енергія космосу повинна бути удвічі більшою за кінетичну енергію руху мас у ньому. Але вимірювання швидкостей руху космічних утворень і оцінки густини світних мас та їх енергій показало значну недостачу потенціальної енергії. Через такий надлишок кінетичної енергії космічні утворення повинні були б розпадатися за періоди близько 1 млрд. років, але вони існують 10 млрд. років і більше. Для узгодження цих суперечностей було запропоновано кілька гіпотетичних моделей введення т.з. «темної енергії», яка надолужує недостачу потенціальної енергії і сприяє стабільності космічних утворень [10].

На основі узагальнення кількох точних розв'язків [4, 11] гідродинамічних рівнянь Ейлера для циліндричних та сферичних вихрових течій встановлено, що дуже важливі, але досі дискусійні, проблеми про природу темної енергії мають нове коректне гідродинамічне тлумачення. На основі аналізу інтегралів гідродинамічних рівнянь вихрових течій показано, що ці інтеграли для негвинтових течій містять додатковий енергетичний член, який задовольняє теоремі про віріал і тому може виконувати роль гіпотетичної темної енергії.

2. Інтеграли гідродинамічних рівнянь для вихрових течій

Запишемо рівняння гідродинаміки ідеального середовища у векторній формі Ламба [12]

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \text{grad} \left(\frac{V^2}{2} \right) + \text{rot} V \times V = F - \frac{1}{\rho} \text{grad} p \quad (2.1)$$

де V — вектор швидкості середовища; p, ρ — тиск і густина середовища.

У наближенні потенціальності зовнішніх сил і баротропності середовища

$$F = -\text{grad} U, \quad P(p) = \int_{p_0}^p \frac{dp}{\rho} \quad (2.2)$$

та після позначення $\Omega = \text{rot}V$ з (2.1) маємо співвідношення

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \text{grad} \left(\frac{V^2}{2} + P + U \right) + \Omega \times V = 0 \quad (2.3)$$

Звідси випливає, що для стаціонарних течій вектор $(\Omega \times V)$ є потенціальним, тобто

$$\Omega \times V = \text{grad}W \quad (2.4)$$

Але (2.4) не є простою тотожністю — наслідком рівняння (2.3), а є рівнянням для пошуку нової функції W . Спроби постановки задачі про знаходження цієї функції вже робилися. Так, у наближенні двопараметричних вихрових течій О. Ф. Васильєв [13] обґрунтував, а ми [4, 11] для конкретних течій показали, що вихровий потенціал W із (2.4) є деякою функцією від функції течії $\Psi(x, y, z)$, тобто

$$W = E(\Psi) \quad (2.5)$$

Зрештою, узагальнений інтеграл енергії для негвинтових течій набуває форми

$$T + P + U + E(\Psi) = C, \quad T = V^2/2, \quad (2.6)$$

де константа C є єдиною для усієї області течії. Для гвинтових та потенціальних течій член $\Omega \times V = 0$, а інтеграл (2.6) набуває форму інтеграла Коші – Бернуллі [12].

Слідуючи за О. Ф. Васильєвим, функцію $E(\Psi)$ вводили інші автори, покладаючи її лінійною або квадратичною [14, 15], не вдаючись у фізичний смисл цього члена. Але по-справжньому питання про темну енергію постало після того, як на основі точного інтегрування рівнянь Ейлера для негвинтових циліндричних [11] і сферичних течій [4] було отримано поля тиску, у яких у формулі для тиску (2.6) виділено кінетичну T потенціальну U та внутрішню енергію тиску P . Тоді у формулі енергетичного балансу (2.6) дійсно з'являється останній доданок, де функція W для циліндричних вихорів $W \sim \Psi^2$ і для сферичного планетарного вихору $W \sim \Psi$. Цей член у інтегралі енергії (2.3) доцільно назвати **вихровою енергією**. Очевидно, що така енергія з'являється лише у негвинтових вихрових течіях.

Питання про те, які експериментальні заміри і обчислення треба виконати, щоб визначити цю енергію, залишається відкритим і поки що незрозумілим, а вимірювання тиску в космосі є проблематичним. Тому в розумінні енергетичного балансу цю вихрову енергію можна називати і «темною». Оскільки Всесвіт та більшість об'єктів у ньому (галактики, туманності, зірки, планетарні системи) є вихровими утвореннями, то космос заповнений також і цією темною енергією. Мабуть тому з'явилися сенсаційні повідомлення про те, що у космосі порушуються закони Ньютона. Астрофізики шукають (і знаходять!) темну енергію у різноманітних ускладнених моделях ядерних, електромагнітних чи гравітаційних взаємодій [16, 17], і, можливо, деякі концепції та оцінки мають смисл. Але наш гідродинамічний аналіз, заснований на законах

Ньютона, доводить, що можна більш простими методами пояснити наявність темної енергії у космосі.

Зокрема, в астрофізиці широко відома так звана теорема про віріал

Теорема 2.1. [10] *Сума подвоєної кінетичної та потенціальної енергії у просторі Всесвіту дорівнює нулю, тобто вказані енергії є рівними між собою*

$$2T = U + W. \quad (2.7)$$

Між тим, як зазначає відомий астроном І. А. Климишин, «практично для усіх вивчених скупчень кінетична енергія галактик більш ніж у 3 рази перевищує потенціальну. Якби це відповідало дійсності, то усі скупчення розпадалися б за 1 млрд. років. Те, що вони стабільно існують, є доказом існування «прихованої» маси та енергії. Іншими словами, повні маси галактик виявилися у десятки разів більшими, ніж вважалося раніше. Ця ситуація отримала назву «**віріального парадоксу**» [10].

Тут ми з іншого боку підходимо до проблеми «темної енергії» і констатуємо, що у цих астрофізичних теоріях дійсно наявний дефіцит потенціальної енергії, яка асоціюється з гравітацією, тобто наявністю гравітуючих або світих мас. Тому цій енергії повинна відповідати певна маса, тобто «темна матерія». Але у вихрових течіях ця додаткова енергія не пов'язана з додатковою масою, хоча питома енергія $E(\Psi)$ помножується на густину, тобто масу середовища. Тому ця проблема вимагає більш ретельного методологічного осмислення і конкретного пояснення.

Вияснимо, чи може надолужити вказаний дефіцит енергії та узгодити теоретичні оцінки з реальними фактами додатковий член W в енергетичному балансі (2.7), який ми назвали вихровою енергією. Оцінимо додаткову вихрову енергію для двох негвинтових течій, згаданих вище.

3. Фундаментальний циліндричний вихор

У роботі [11] було отримано низку точних розв'язків рівнянь Ейлера для циліндричних вихрових течій, серед яких один з найпростіших було названо фундаментальним циліндричним вихором (рис. 1). При відомій формі вираження осесиметричного поля швидкостей $V(r, x)$ через функцію течії $\Psi(r, x)$ [18]

$$V_r = -\frac{\partial \Psi}{r \partial x}, \quad V_x = \frac{\partial \Psi}{r \partial r}, \quad V_\varphi = \frac{C_0 \Psi}{r} \quad (3.1)$$

один з варіантів точного інтегрування гідродинамічних рівнянь дає функцію течії

$$\Psi = A \frac{y^2}{2} \exp(-y^2/2) \quad (3.2)$$

після чого з (3.1) отримуємо поле швидкостей

$$V_r = 0, \quad V_x = A_0 \left(1 - \frac{y^2}{2}\right) e^{-y^2/2}, \quad V_\varphi = A_0 y e^{-y^2/2} \quad (3.3)$$

та поле тиску

$$p = p_\infty - \rho \frac{A_0^2}{2} e^{-y^2} \quad (3.4)$$

де $y = C_0 r/2$ — безрозмірна радіальна координата.

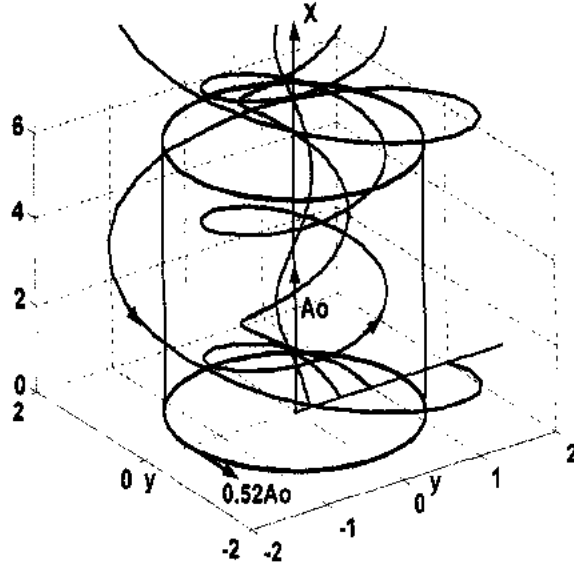


Рис. 1: Загальний вигляд просторової течії у циліндричному вихорі

Перетворимо формулу для поля тиску (3.4), виділивши у ній кінетичну енергію за складовими (3.3) швидкості

$$V^2 = A_0^2 e^{-y^2} \left(1 + \frac{y^4}{4}\right) \quad (3.5)$$

Так, отримаємо

$$p = p_\infty + \frac{\rho A_0^2}{2} \left[- \left(1 + \frac{y^4}{4}\right) e^{-y^2} + \frac{y^4}{4} e^{-y^2} \right] \quad (3.6)$$

або

$$p = p_\infty - \frac{\rho}{2} V^2 + \frac{\rho}{2} \Psi^2 = p_\infty - T + W \quad (3.7)$$

де Ψ — функція течії (3.2) цього вихору, а $W = (\rho/2)\Psi^2$ — вихрова енергія. Підрахуємо відношення складових енергій у (3.7), без урахування гравітаційного потенціалу $U = \mu/y$.

$$K_E = \frac{T}{W} = 1 + \frac{4}{y^4} \quad (3.8)$$

причому

$$\lim_{y \rightarrow 0} K_E = \infty, \quad \lim_{y \rightarrow \infty} K_E = 1. \quad (3.9)$$

Отже, для малих відстаней кінетична енергія значно перевищує вихрову — урахування гравітаційного потенціалу кількісно надолужить цей дисбаланс, але відношення (3.9) збережеться. При віддаленні в нескінченність вони стають однаковими. Навіть при певній малості цих енергій при $y \rightarrow \infty$ у величезних об'ємах ця енергія може досягати значних величин тих же порядків, що і кінетична енергія (3.5). При цьому потенціал тяжіння на великих відстанях є близьким до нуля, $U \approx 0$.

Для малих і середніх відстаней значення коефіцієнта (3.8) подано у табл. 1

Таблиця 1: Значення коефіцієнта K_E

y	0,1	0,5	1	$\sqrt{2}$	2	5	10
K_E	40001	65	5	2	1,25	1,0064	1,0004

Як видно з табл. 1, вже для безрозмірних відстаней $y \sim 10$ енергетичний коефіцієнт K_E з точністю 10^{-3} стає близьким до 1. Зазначимо, що безрозмірні відстані $y = (C_0 r)/2$, а тому реальні відстані залежать від інтенсивності обертання простору C_0 .

При $y \rightarrow 0$ наявність гравітаційних сил породжує відповідний потенціал тяжіння $U \approx \mu/y$ і це значною мірою компенсує баланс енергій у околі 0, оскільки $U \rightarrow \infty$ при $y \rightarrow 0$. Тут слушно зауважити, що сама кінетична енергія (3.5) в околі $y = 0$ є обмеженою й інтегрованою функцією, те саме стосується і вихрової енергії W у (3.7). Тому в смислі середніх значень наявність вихрової енергії сприяє подоланню вказаного вище віріального парадоксу на усіх відстанях.

4. Темна енергія у планетарному сферичному вихорі

Проведемо відповідний аналіз енергетичних складових у формулі (2.6) для сферичного планетарного вихору [4]. Відповідна функція течії у сферичних координатах (r, θ, φ) була отримана у вигляді

$$\Psi = C_2 \Phi(y) \sin^2 \theta, \quad \Phi(y) = \left(\alpha y^2 + \cos y - \frac{\sin y}{y} \right) \quad (4.1)$$

де $y = C_0 r$ — безрозмірна радіальна координата, C_2 — довільна стала. Виразивши поле швидкостей за формулами [18]

$$V_r = - (r^2 \sin \theta)^{-1} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta}, \quad V_\theta = (r \sin \theta)^{-1} \frac{\partial \Psi}{\partial r}, \quad V_\varphi = \frac{C_0 \Psi}{r \sin \theta}, \quad (4.2)$$

ми отримали поле тиску у вигляді

$$p = p_0 + \rho \frac{B^2}{2} \left[-\frac{4}{y^4} \Phi^2 \cos^2 \theta + \left(-\frac{\Phi^2}{y^2} - \frac{\Phi'^2}{y^2} + 2\alpha \Phi \right) \sin^2 \theta \right], \quad (4.3)$$

де $B = C_2 C_0^2$ — параметр швидкості, p_0 — тиск у точці, де $\Psi = 0$.

Виділимо у формулі тиску (4.3) кінетичну енергію, враховуючи, що за (4.2)

$$V^2 = B^2 \left[\frac{4\Phi^2}{y^4} \cos^2 \theta + \left(\frac{\Phi^2}{y^2} + \frac{\Phi'^2}{y^2} \right) \sin^2 \theta \right] \quad (4.4)$$

Остаточно представимо функцію тиску (4.3) у формі з виділеною кінетичною енергією T та додатковим членом W :

$$p = p_0 - \rho \frac{V^2}{2} + \rho B^2 \alpha \Psi = p_0 - T + W, \quad (4.5)$$

де

$$T = \rho \frac{V^2}{2}, \quad W = \rho B^2 \alpha \Psi \quad (4.6)$$

Якщо врахувати, що функція $\Phi(y)$ неперервна в усьому просторі й за (4.1)

$$\begin{aligned} \Phi(y) &= y^2 (\alpha + u(y)), \quad u(y) = \left(\cos y - \frac{\sin y}{y} \right) \frac{1}{y^2}, \\ u(0) &= -\frac{1}{3}, \quad \lim_{y \rightarrow \infty} u(y) = 0, \quad \Phi(y) = O(y^2) \quad y \rightarrow \infty, \end{aligned} \quad (4.7)$$

то з (4.6) і (4.7) для будь-яких α маємо

$$W = O(\alpha^2 y^2), \quad W \geq 0, \quad y \rightarrow \infty \quad (4.8)$$

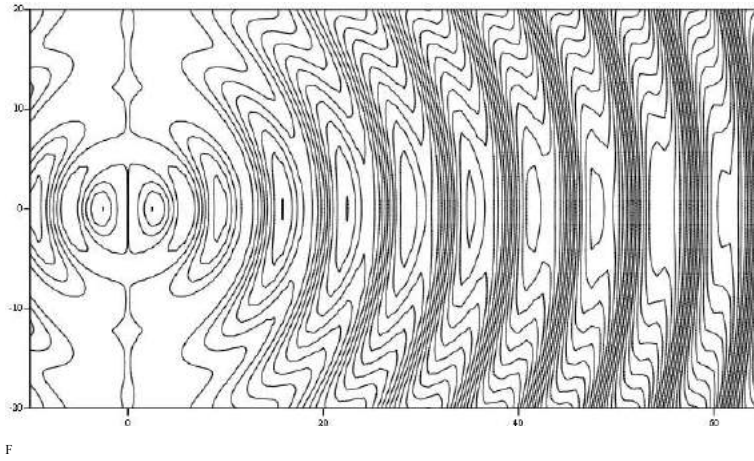


Рис. 2: Загальний вигляд сферичного планетарного вихору (меридіональний переріз)

Похідна $\Phi'(y)$ відповідно має таке подання

$$\Phi'(y) = y \left(2\alpha - \frac{\sin y}{y} - u(y) \right) \quad (4.9)$$

Спочатку підрахуємо відношення енергій (4.6)

$$k_e = W/T \quad (4.10)$$

у екваторній площині $\theta = \pi/2$ вихору. Для обчислень зручніше користуватися оберненою величиною

$$K_E \equiv \frac{T}{W} = \frac{\Phi'^2 + \Phi^2}{2\alpha y^2 \Phi} = \frac{(2\alpha - \sin y/y - u)^2}{2\alpha y^2 (\alpha + u)} + \frac{(\alpha + u)}{2\alpha}, \quad (4.11)$$

звідки з урахуванням (4.7) маємо такі граничні оцінки:

$$\lim_{y \rightarrow 0} K_E = \infty, \quad \lim_{y \rightarrow \infty} K_E = 0,5, \quad \lim_{y \rightarrow \infty} k_e = 2 \quad (4.12)$$

Отже, з (4.12) ми бачимо, що на великих відстанях $W \sim 2T$, що в точності відповідає теоремі 2.1 без гравітаційної енергії, яка на великих відстанях є близькою до нуля. Залежність коефіцієнта $k_e = 1/K_E$ від радіуса, порашована за (4.11) і зображена графіком на рис. 3, — це коливна функція, яка прямує до граничного значення (4.12).

В усьому просторі коефіцієнт K_E буде ще й функцією меридіонального кута θ , отже, і граничні його значення можуть на різних променях бути різними. Підрахуємо

$$K_E(y, \theta) = \frac{T}{W} = \frac{1}{2\alpha \sin^2 \theta} \left[\frac{4\Phi}{y^4} \cos^2 \theta + \left(\frac{\Phi}{y^2} + \frac{\Phi'^2}{\Phi y^2} \right) \sin^2 \theta \right] \quad (4.13)$$

З огляду на (4.1) і (4.7)

$$\lim_{y \rightarrow \infty} (\Phi/y^4) = \lim_{y \rightarrow \infty} (\Phi'^2/\Phi y^2) = 0, \quad \lim_{y \rightarrow \infty} (\Phi/y^2) = \alpha, \quad (4.14)$$

і остаточно отримуємо граничне значення

$$\lim_{y \rightarrow \infty} K_E(y, \theta) = \frac{1}{2}, \quad \lim_{y \rightarrow \infty} k_e(y, \theta) = 2, \quad 0 < \theta < \pi, \quad (4.15)$$

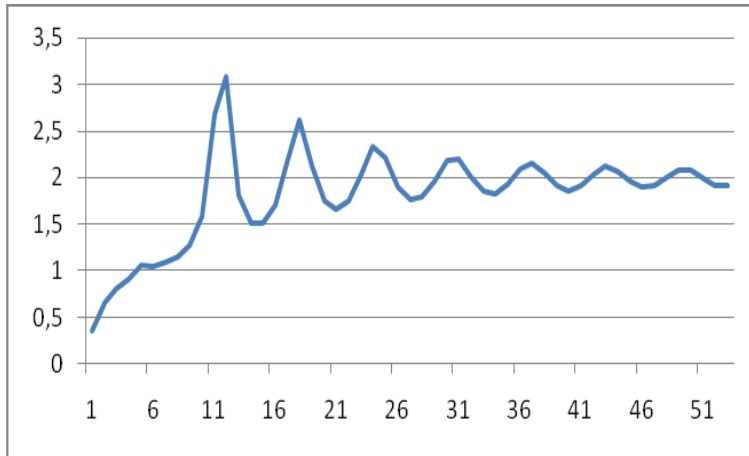


Рис. 3: Залежність віріального коефіцієнта k_e від радіуса у горизонтальній площині вихору

яке не залежить від кута θ . Таким чином, гранична віріальна константа у всьому просторі єдина і дорівнює $k_e^* = 2$. Цей суттєвий результат вихрової теорії має фундаментальний космологічний смисл.

Відмінним від універсальної константи (4.15) є лише значення коефіцієнта k_e на осі вихору, тобто при $\theta = 0, \pi$, де вихрова енергія

$$W_0 = [2B^2\alpha\Phi(y)\sin^2\theta]_{\theta=0} = 0 \quad (4.16)$$

на будь-яких відстанях y , що вирізняє даний напрям від усіх інших, де ця енергія присутня. Кінетична ж енергія на осі $\theta = 0$ з (4.4) дорівнює

$$T_0 = \frac{2\Phi^2}{y^4} = 2(\alpha + u)^2, \quad T_0(0) = 2\left(\alpha - \frac{1}{3}\right)^2, \quad \lim_{y \rightarrow \infty} T_0 = 2\alpha^2, \quad (4.17)$$

звідки на осі вихору

$$\lim_{y \rightarrow \infty} K_E = \infty, \quad \lim_{y \rightarrow 0} K_E = \infty, \quad \lim_{y \rightarrow \infty} k_e = 0 \quad (4.18)$$

Фізичні та космологічні наслідки з отриманої «сингулярності» осі вихору ще належить вивчити.

Таблиця 2: Енергетичний та віріальний коефіцієнти у планетарному вихорі

y	0,1	1	5	10	20	30	40	50
K_E	10373	99,46	7,195	1,227	0,5512	0,4893	0,5555	0,4707
k_e	$0,964 \cdot 10^{-4}$	0,01	0,1390	0,8150	1,8142	2,0437	1,8002	2,1245

На малих же відстанях усі три складові у формулі (2.6) порівнянні між собою. Але оскільки потенціал тяжіння $U = \mu/y \rightarrow \infty$ при $y \rightarrow 0$, а два інших доданки є обмеженими, то дефіциту потенціальних енергій $U + W$ по відношенню до кінетичної енергії T не буде і на малих відстанях. В околі $y = 0$ оцінимо енергетичний коефіцієнт K_E , замінивши функції їх граничними значеннями в нулі. Так, отримаємо

$$K_E \approx \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3\alpha}\right) \left(1 + \frac{4}{y^2}\right), \quad y \rightarrow 0 \quad (4.19)$$

Значення коефіцієнтів K_E та k_e для малих і середніх відстаней вихору структури (2, 11) з $\alpha = -0,00655$ наведено у табл. 2.

Як бачимо з рис. 3 і табл. 2, вже для $y \geq 20$ встановлюються затухаючі коливання віріального коефіцієнта k_e навколо його граничного значення $k_e^* = 2$.

Якщо додаткову вихрову енергію асоціювати з додатковим тиском та його доцентровим градієнтом, то в околі осі вихору маємо відносний вакуум опору рухомим часткам чи світлу, — можливо, тому у більшості зірок у процесі їх творення спостерігаються потужні осьові струмені, які астрофізиками названі «джетами» — jets.

5. Про вихровий градієнт і темну матерію

В астрофізиці категорії «темна енергія» та «темна матерія» були введені у середині ХХ століття, щоб пояснити суттєві розбіжності даних експериментальної астрономії з існуючими на той час астрофізичними теоріями. Назвемо кілька експериментальних відкриттів, які поставили в глухий кут астрофізичну науку: 1) хаббловське розбігання галактик; 2) експериментальні криві обертання галактик, у яких швидкості не зменшуються з відстанню; 3) значні розходження оцінок мас взаємодіючих зірок чи галактик порівняно з масою їх світної гравітаційної компоненти та ін.

Зміст і властивості цих понять наповнювалися через експериментальні оцінки їх впливу на величини і характер змін основних параметрів космічних утворень та їх взаємодій, хоча матеріальних носіїв цих об'єктів і досі не виявлено. Наведемо сьогодинішнє узагальнення гіпотетичних властивостей темної матерії за [17]:

- Всесвіт містить невидиму матерію;
- темна матерія взаємодіє зі звичайною гравітаційно, тобто притягує її;
- темна матерія, на відміну від звичайної, не бере участі в електромагнітних взаємодіях і не наділена зарядом, вона є прозорою для світла і радіохвиль;
- темна матерія не бере участі в сильних взаємодіях і не накопичується в атомних ядрах;
- у Всесвіті темної матерії у 5 разів більше, ніж звичайної;
- усі галактики оточені гало із темної матерії;
- швидкість темної матерії набагато менша за швидкість світла, — таку темну матерію називають холодною;
- Ми не знаємо, що це таке!

Тим не менш, до сьогодні розроблено кілька космологічних моделей Всесвіту з темною матерією, — найпоширенішими з них є модель Великого Вибуху Гамова, стандартна модель Λ CDM та розв'язок де-Сіттера. Λ CDM — модель автори сучасної монографії [21] характеризують таким чином: «Просторово-плоску модель з нерелятивістською темною енергією і темною матерією, параметри яких є близькими до 0,75 і 0,25 відповідно, ми будемо називати моделлю Λ CDM». С. Парновський [17] наводить уточнені дані сучасних оцінок співвідношень між темною енергією — 73,4%, темною матерією — 22,2% і баріонною матерією — 4,49%.

Природно, що усяка матерія повинна мати в основі матеріальні носії, але питання про їх сутність до сьогодні не вирішене. «З яких частинок складається кластеризована темна матерія — експериментально невідомо», — стверджують автори роботи [21]. Як кандидати до складу темної матерії розглядаються різні екзотичні об'єкти, наприклад: гіпотетичні холодні й надважкі нейтрино; нові невідомі елементарні частинки, названі «вімпями» — WIMPs; інші гіпотетичні частинки: аксіон, гравітіно тощо [17, 21].

Насамкінець, відзначаючи штучність і суперечності космологічних моделей з темною матерією, наведемо слушне зауваження авторів роботи [21]: «Нерідко для пояснення потрібної кількості темної матерії параметри відповідних моделей повинні набувати нереалістичних значень і/або потрібно залучати додаткові нереалістичні припущення». Принаймні самокритично! Нижче ми покажемо, що вихрова теорія дає природне пояснення і визначення параметрів темної матерії з указаними вище властивостями.

Ми вже зазначали [20], що у фізиці, окрім сили гравітації існує ще одна класична об'ємна сила — градієнтна сила Архімеда, дія якої повністю еквівалентна гравітації. Дуже дивно, що цю просту істину, яка відома з часів Архімеда, обійшли фізики XX століття при пошуках причин утворення невідомих силових полів у космосі. Очевидно, причиною цьому є складність вимірювання полів тиску та градієнтів тиску в космосі; виявилось набагато простіше оцінювати світні маси та вимірювати їх гравітаційні й електромагнітні поля.

Інтеграл енергії (4.5), який у формулі для тиску має додатковий член — вихрову-темну енергію — породжує і відповідний градієнт тиску та силу Архімеда ($-\text{grad } p$), яка еквівалентна гравітації [20]. Для оцінок співвідношення між гравітаційною силою та градієнтною силою Архімеда розглянемо елементарний об'єм $dQ = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$ у вихровому просторі за наявності у центрі вихору маси M . На елемент діють сили: об'ємна сила тяжіння

$$dF_M = -MG \frac{\rho_0 dQ}{r^2} \quad (5.1)$$

та поверхнева сила різниці тиску на сферичних границях елемента з радіусами r і $(r + dr)$ та площею $dS = r^2 \sin \theta d\theta d\varphi$

$$dF_g = -\frac{\partial p}{\partial r} dr dS = -G_r dQ \quad (5.2)$$

Підставимо сюди асимптотичну формулу для радіального градієнта [20] та перетворимо її до вигляду

$$G_r = k_G \frac{\lambda^2}{2} y \sin^2 \theta = p_0 C_0^2 \frac{V_\infty^2 \rho_0}{4 p_0} r \sin^2 \theta = \rho_0 C_0^2 \frac{V_\infty^2}{4} r \sin^2 \theta = \rho_0 C_0^2 B^2 \alpha^2 r \sin^2 \theta \quad (5.3)$$

Обчислимо результуючу силу, що діє на елемент з масою $dm = \rho_0 dQ$, як суму (5.1) і (5.2):

$$dF = - \left(\frac{\mu}{r^2} + (C_0^2 B^2 \alpha^2 r \sin^2 \theta) \right) dm = - \frac{\mu}{r^2} (1 + K_Q r^3 \sin^2 \theta) dm \quad (5.4)$$

де $K_Q = \frac{C_0^2 B^2 \alpha^2}{MG} = \frac{(C_0 V_\infty / 2)^2}{\mu} = \frac{\omega_\infty^2}{\mu}$ — коефіцієнт, який можна виразити через різні характеристики вихору.

Формула (5.4) дає розподіл абсолютних та відносних густин темної енергії, тобто прискорення, у космічних вихорах. Її абсолютна густина

$$\rho_a(r, \theta) = C_0^2 B^2 \alpha^2 r \sin^2 \theta = \omega_\infty^2 r \sin^2 \theta \quad (5.5)$$

має форму відцентрової сили і лінійно зростає за радіусом. Отже, вона досягає великих значень на границях скупчень і дійсно заповнює так звані гало галактик. Відносна ж густина темної матерії

$$\rho_r(r, \theta) = K_Q r^3 \sin^2 \theta = \frac{\omega_\infty^2}{\mu} r^3 \sin^2 \theta \quad (5.6)$$

зростає як r^3 порівняно з 1, тому в тих же гало вона складає основну частину умовної маси еквівалентного тяжіння або темної матерії.

Просторовий розподіл темної матерії (5.5) характеризується ще множителем $\sin^2 \theta$; на осі вихору $\rho_a(r, 0) = 0$, як і енергія W за (4.16), і досягає максимального значення у горизонтальній площині вихору $\rho_a(r, \pi/2) = \omega_\infty^2 r$ (рис. 4).

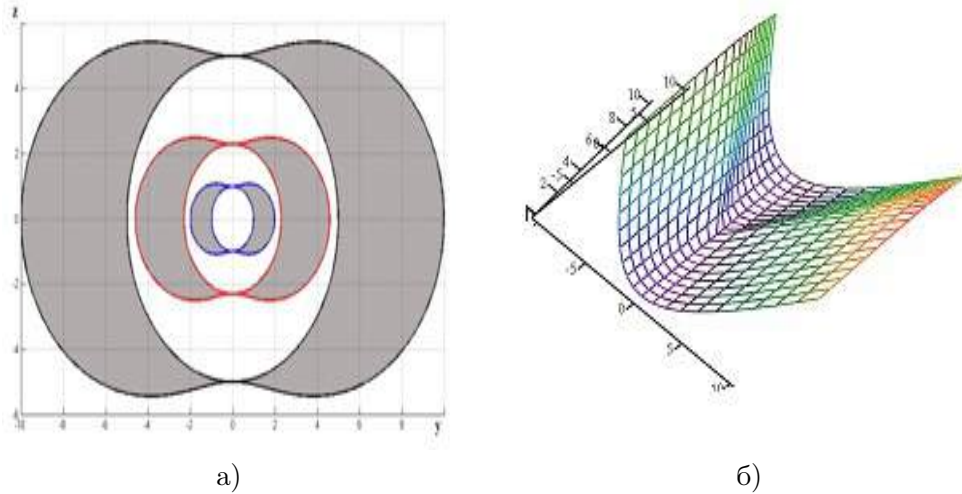


Рис. 4: Функції розподілу темної матерії:

а) кількість темної матерії (сіра заливка) як функція радіусів $\{r_1 = 1; r_2 = 2, 3; r_3 = 5\}$ та кутів $0 \leq \theta \leq 2\pi$,

б) ізолінії (осесиметричні ізоповерхні) розподілу темної матерії

Оцінімо значення цих величин для нашої Галактики за $\omega_\infty = 10^{-15} \text{ с}^{-1}$; $M = 10^{11} M_0$. Отримаємо $K_Q \approx 10^{-60}$, і тоді другий член у (5.3) дорівнює 1 при $r_1 = 10^{20} \text{ м}$, тоді як радіус Галактики дорівнює $R_\Gamma = 5 \cdot 10^{20} \text{ м}$ [17]. Таким чином, внесок сили тяжіння і сили Архімеда зміщуються на $1/5$ радіуса Галактики. А вже на границі Галактики відносний внесок сили Архімеда, тобто темної матерії, досягає значення 225 проти 1. Але оскільки загальний множник μ/r^2 у (5.4) зменшиться як r^2 , тобто у 25 разів, то абсолютне значення темної матерії на границі Галактики зросте у 5 разів відносно його рівноважного значення на радіусі r_1 . І, звичайно, буде зростати далі. От тільки в межах даної теорії ми не можемо вказати границь цього зростання, які, безперечно, повинні існувати.

Формула (5.4) відповідає випадку, коли середовище і зважена частинка у ньому мають однакову густину, наприклад, крапля сконденсованого водню в насичених парах водню. Якщо у вихрову течію попаде важка частинка або тіло з густиною $\rho_1 > \rho_0$, то формула (5.4) набуде такого вигляду

$$dF = - \left(\rho_1 \frac{\mu}{r^2} + \rho_0 \omega_\infty^2 r \sin^2 \theta \right) dQ = - \frac{\mu}{r^2} \left(\frac{\rho_1}{\rho_0} + K_Q r^3 \sin^2 \theta \right) dm \quad (5.7)$$

і тоді відносний внесок темної матерії в сумарну силу дещо зменшиться.

Виникає слушне питання про зв'язок між темною енергією і темною матерією, яке цікавило й інших науковців: «Одночасне існування двох загадкових сутностей — темної енергії та темної матерії, звичайно, ставить питання про їх можливий зв'язок ... Однак, крім зв'язку темної енергії з темною матерією, можна розглянути варіанти, коли одне з них породжує інше» [17]. Приємно зазначити, що тут автор, як кажуть, попав у точку (суть справи).

Покажемо зв'язок між темною енергією W та темною матерією ρ_a на основі аналізу інтеграла енергії (4.5) та градієнтного поля тиску, яке отримується диференціюванням цього інтеграла. Візьмемо похідну за радіусом від вихрової-темної енергії $W(y, \theta)$ з (4.6):

$$\frac{\partial W}{\partial r} = C_0 \frac{\partial W}{\partial y} = \rho_0 C_0 B^2 \alpha \Phi' \sin^2 \theta = \rho_0 C_0 B^2 \alpha y (2\alpha - u_s) \sin^2 \theta, \quad (5.8)$$

звідки маємо асимптотичну формулу

$$\left(\frac{\partial W}{\partial r} \right)_\infty = 2\rho_0 C_0 B^2 \alpha^2 y \sin^2 \theta = 2\rho_0 C_0^2 B^2 \alpha^2 r \sin^2 \theta = 2\omega_\infty^2 r \sin^2 \theta, \quad y \rightarrow \infty \quad (5.9)$$

Детальне обчислення градієнта першої складової у формулі тиску (4.5) — кінетичної енергії — дає відповідну асимптотичну формулу:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(-\rho_0 \frac{V^2}{2} \right)_\infty = -\rho_0 C_0^2 B^2 \alpha^2 r \sin^2 \theta = -\omega_\infty^2 r \sin^2 \theta \quad (5.10)$$

Складання цих градієнтів і дає сумарний градієнт (5.3). Таким чином, внесок темної енергії в сумарну градієнтну силу в 2 рази більший за внесок

кінетичної енергії, але оскільки ці градієнти мають протилежні знаки, то в сумі залишається додатний градієнт, що дорівнює половині похідної темної енергії. Відповідна йому сила Архімеда ($-gradp$), що діє на зважені частинки, буде доцентровою і вона формально додається до сили гравітації згідно з (5.4). Навіть при відсутності точкової маси у центрі вихору градієнтна сила Архімеда буде притягувати тіла й затягувати їх до центра; це відповідає поширеному серед людей твердженню, що «вихори затягують».

Таким чином, сумарна силова дія вихрових галактик на зовнішні «пробні маси» з урахуванням значної еквівалентної маси темної матерії (5.5) набагато більша за суто гравітаційну силу тяжіння їх матеріальних мас. Викладені вище результати вихрової теорії пояснюють парадокс дефекту енергії та маси у космічних утвореннях [10].

6. Висновки

Таким чином, наявність у рівнянні (2.6) енергетичного балансу для негвинтових вихрових течій додаткового члена W — вихрової енергії — пояснює проблему віріального парадоксу і робить непотрібним введення гіпотез і теорій про темну енергію, принаймні у межах чинності теореми 2.1. Побічно наш аналіз доводить, що більшість космічних утворень є вихровими системами, в яких існує невидима і неспостережна вихрова, або «темна», енергія. При цьому наявність додаткової вихрової енергії пов'язана не з додатковою темною гравітаційною масою, а з додатковим тиском і його градієнтом. Лише за силовою дією градієнтної сили можна ввести еквівалентну умовну темну матерію. Саме градієнтна сила є однією з класичних масових сил, дія якої еквівалентна гравітації.

Звернемо увагу на різницю в поведінці швидкостей у циліндричних і сферичних вихорах: у циліндричному вихорі за (3.5), (3.7) усі збурення фізичних полів зникають на нескінченності, де маємо спокій. Обидві енергії, T і W , необмежено зменшуються, але їх відношення стає близьким до 1.

У сферичному планетарному вихорі існує слабе квазітверде обертання простору, і обертальна швидкість $V_\varphi \sim O(y)$, $y \rightarrow \infty$, тобто нескінченно зростає. У звичайних течіях при зростанні швидкості за формулою інтеграла (4.5) тиск повинен необмежено зменшуватися і переходити абсолютний нуль. У нашій течії цього не трапляється через наявність додатного члена W , який у 2 рази більший за кінетичну енергію. Природа дійсно не терпить пустоти! Тому при віддаленні за формулою (4.5) тиск буде навіть слабо зростати. Оскільки вихрова-темна енергія $W \approx \alpha^2 y^2$, то вона стає суттєвою на великих відстанях від центрів (зірок, Чорних дір, скупчень). Це збігається з оцінками астрофізиків [17], які стверджують, що вона є основною частиною так званих гало, які оточують центральні області, заповнені світними гравітаційними масами. Дійсно, якщо відносна густина вихрової енергії прямує до сталого значення 2, то у сфері радіуса r її інтегральна кількість зростає як r^3 ; при цьому основна частина цієї кількості буде належати зовнішнім шарам кулі. Наприклад,

об'єми сфер, радіуси яких відрізняються у 2 рази, відносяться як 1 : 8, а відношення внутрішньої та зовнішньої частин кулі є 1 : 7.

З формул (3.2) і (4.6) випливає, що вихрова енергія енергії для циліндричних циклонів та планетарного вихору є додатною, $W \geq 0$ при будь-яких α , що призводить до збільшення тиску в цих течіях і появи доцентрового градієнта. Останній діє на усі зважені частки і утримує глобальну структуру вихору від дифузії й розпаду, — саме таку функцію в сучасній астрофізиці повинна виконувати темна енергія [17]. Зрештою, це збільшення тиску може спричинитися до відповідних змін у термодинаміці й світності космічного простору, яка асоціюється з додатковою «темною» масою, реліктовим випромінюванням тощо. На жаль, заміри тиску в космосі є проблематичним завданням, і перевірити наші теоретичні висновки поки що неможливо.

Однією з моделей сучасної космології є теорія інфляції, в якій роль темної енергії виконує деяке гіпотетичне скалярне поле φ зі скалярним потенціалом $U(\varphi)$, який у варіанті А. Лінде має вигляд $U(\varphi) = k\varphi^2$ [17]. Ми бачимо, що вихрова енергія циліндричних і сферичних вихорів має таку саму структуру, але вона цілком реальна і є наслідком гідродинамічних рівнянь, побудованих на законах Ньютона.

Одночасно не забуваймо, що вихідні гідродинамічні рівняння є рівняннями руху ідеального середовища, в якому діє закон збереження повної енергії, який, проте, набуває форм (2.6) чи (4.5). Тому якщо не враховувати енергетичну складову вихрової-темної енергії, то це у зворотному порядку призведе до «порушення законів Ньютона», на яких побудовано гідродинамічні рівняння. На цьому парадоксі виникла т.з. модифікована ньютонівська динаміка — MOND, яка марно намагається узгодити космологічні парадокси поправленням законів Ньютона [17]. Вихрова теорія природним чином, на основі законів Ньютона, вирішує проблеми «темної енергії» та «порушення законів Ньютона» у вихровому космосі.

Вихрова теорія вперше дала наукове обґрунтування і реальний фізичний опис гіпотетично введених темної енергії та темної матерії. Ці загадкові об'єкти були введені для того, щоб подолати кілька космологічних парадоксів (віріальний, дефекту маси, особливості обертання галактик та ін.); але вони досі не мали ні аналітичних моделей, ні фізичних носіїв. У нашій теорії вони з'явилися як наслідок узагальненого інтеграла енергії (2.6) для вихрових течій, який має додатковий член зі змістом потенціальної вихрової енергії. Наявність цього члена дозволяє точно задовольнити теорему про віріал і подолати віріальний парадокс, який полягав у недостатці потенціальної енергії. Саме таку функцію повинна виконувати гіпотетична темна енергія, тому даний член законно претендує на роль темної енергії, яка є невидимою і яку можна оцінити через вимірювання полів тиску в космосі.

Темна матерія також є наслідком інтеграла енергії, з якого диференціюванням визначається силове поле градієнта тиску та градієнтної сили Архімеда, яка є об'ємною доцентровою силою і діє на усі зважені маси подібно до сили тяжіння. Тому виявилось можливим оцінити дію градієнтної сили

через еквівалентну їй масу темної матерії та порівняти внески гравітаційної сили (звичайної матерії) та сили Архімеда (темної матерії) в сумарній дії обох складових. Виявилось, що темна матерія (5.5) породжує доцентрову силу, залежить від інтенсивності обертання вихору та лінійно зростає з радіусом, — тому вона заповнює зовнішні зони, так звані гало космічних вихорів. Відносна ж густина темної матерії у тих же гало на кілька порядків перевищує густину звичайних мас і тому складає основну частину сумарної маси, яка породжує доцентрову силу. Таким чином, силова дія вихрових галактик на свої та зовнішні маси набагато перевищує гравітаційну дію центрального тіла та інших мас.

Звідси випливає два суттєвих наслідки. Перший: наявність значної доцентрової сили дії темної матерії на маси вихору дійсно утримує вихрові структури галактик від дифузії й розпаду, — саме таку функцію і повинна виконувати темна матерія за задумами її ініціаторів [10].

Другий аспект пов'язаний з проблемою взаємодії вихрових галактик. Кожна з них справляє свою доцентрову силу на маси в рукавах і зовнішніх гало. То ж на масу, яка попадає в область взаємодії — спільне гало — буде діяти, окрім слабкої гравітації, різниця градієнтних сил темної матерії, які набагато перевищують сили гравітації. В цілому можна стверджувати, що сумарна силова дія галактик є набагато більшою за їх гравітаційну дію, — саме такий висновок і було отримано з експериментального аналізу параметрів взаємодії нашої Галактики з Андромедою та деяких інших спостережень. Сподіваємось, що шляхом подальшого аналізу наших вихрових моделей та їх застосування будуть розроблені коректні методи розрахунку процесів взаємодій подвійних зірок і галактик.

Насамкінець зауважимо, що незважаючи на те, що наявність темної енергії та матерії астрофізики вважають мало не реальним фактом [16, 17], усі вони так само одностайно відзначають нез'ясованість природи цієї матерії, наприклад: «Але орієнтовно є й екзотична темна матерія, і її чи не у 50 разів більше світної; вона — **невідомої природи** і лише гравітаційно взаємодіє з двома іншими» [19].

Вище ми виконали слушну й коректну вимогу стосовно темної матерії, яку висунув автор монографії [17]: «Усі свідчення існування темної матерії зводяться до визначення маси за її гравітаційною дією на навколишні об'єкти», і навіть більше побажання: «Нарешті, якщо якась теорія зможе правильно передбачити, наприклад, густину темної матерії, пов'язавши її з іншими параметрами, це буде свідчити на її користь». Формули (5.4), (5.5) визначають як еквівалентну гравітаційну дію градієнтної сили, так і умовну густину темної матерії, яка є скалярним полем, залежним від координат та параметрів.

Зазначимо, що введена вище темна матерія (5.5) як еквівалент маси для дії градієнтної сили задовольняє усім гіпотетичним властивостям, вказаним вище [17], за винятком останнього твердження, яке ми насмілилися замінити на таке: Ми знаємо, що таке темна матерія!

Тому наша теорія-гіпотеза може розглядатися як один з реальних варіантів розв'язання віріального парадоксу і з'ясування природи темної матерії та енергії у природі й космосі.

Бібліографічні посилання

1. *Weizsacker C. F.* Uber die Entstehung des Planetensystems / C. F. Weizsacker // *Zs. f. Astrophys.* — 1943. — P. 22.
2. *Сафронов В. С.* Эволюция допланетного облака и образование Земли и планет / В. С. Сафронов. — М.: Наука, 1969. — 245 с.
3. *Gamov G.* A New Theory by C. F. Weizsacker of the Origion of the Planetary System / G. Gamov, J. A. Hynek // *Astrophys. J.* — 1945. — P. 101.
4. *Перехрест В. І.* Новий розв'язок гідродинамічних рівнянь Ейлера для сферичних вихрових течій / В. І. Перехрест, Р. В. Іванов // *Вісник ДНУ. Серія: Механіка.* — 2002. — Вип. 6, т. 1. — С. 60–64.
5. *Перехрест В. І.* Про структури планетарних вихорів і закономірності їх обертання / В. І. Перехрест, М. М. Осипчук // *Вісник ДНУ. Серія: Механіка.* — 2010. — Вип. 14, т. 1. — С. 110–118.
6. *Перехрест В. І.* Закон планетних відстаней у вихровій теорії планетарних систем / В. І. Перехрест // *Вісник ДНУ. Серія: Механіка.* — 2011. — Вип. 15, т. 1. — С. 21–33.
7. *Maunings V.* Protostars&Planets IV / V. Maunings, A. P. Boss, S. S. Russel. — Arizona Press. — 2000. — 378 p.
8. *Bodenheimer P.* Multiple fragmentataion of protostars / P. Bodenheimer, A. Burkert, R. J. Klein, A. P. Boss // *Protostars&Planets IV*, Arizona Press. — 2000. — P. 675–701.
9. *Mudryk I. R.* RAPID: A fast, high resolution, flux-conservative algorithm desined for planet-disk interaction / I. R. Mudryk, N. W. Murray [Electronic resources]. — Available from: <http://arxiv.org/abs/0812.2938>
10. *Климишин И. А.* Астрономия наших дней / И. А. Климишин. — М.: Наука, 1986. — 560 с.
11. *Перехрест В. І.* Новий клас розв'язків гідродинамічних рівнянь Ейлера для осесиметричних вихрових течій/ В. І. Перехрест // *Доповіді НАН У.* — К., 2004. — № 3. — С. 64–71.
12. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. — М.: Дрофа, 2003. — 840 с.
13. *Васильев О. Ф.* Основы механики винтовых и циркуляционных потоков / О. Ф. Васильев. — М.-Л.: Госэнергоиздат, 1958. — 144 с.
14. *Салтанов Н. В.* Вихрь на сфере во внешнем потенциальном потоке и его связь с вихрем Хилла / Н. В. Салтанов, В. Н. Салтанов // *Доповіді НАНУ.* — 1988. — № 9. — С. 70–75.
15. *Ярмицкий А. Г.* Сферические вихреобразования с ядром и оболочкой / А. Г. Ярмицкий // *Известия РАН, Механика жидкости и газа.* — 2001. — № 3. — С. 21–27.
16. *Засов А. В.* Оценка масс «тёмной» материи в галактиках по измерениям скоростей «светлой» / А. В. Засов // *Кинематика и физика небесных тел.* — 2010. — Т. 26. — № 4. — С. 7–19.
17. *Парновский С. Л.* Введение в современную космологию / С. Л. Парновский, А. С. Парновский. — К. : Наукова думка, 2013. — 150 с.

18. *Милн-Томпсон*. Теоретическая гидродинамика / Милн-Томпсон. — М. : ИЛ, 1964. — 655 с.
19. *Климишин І. А.* Фрагменти космології / І. А. Климишин. — Івано-Франківськ, Гостинець, 2008. — 140 с.
20. *Перехрест В. І.* Поля тиску та градієнтів тиску в планетарних вихорах / В. І. Перехрест, М. М. Осипчук // Вісник ДНУ. Серія: Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. — 2014. — Вип. 22. — С. 83–97.
21. *Горбунов Д. С.* Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего Большого взрыва / Д. С. Горбунов, В. А. Рудаков. — Л. : ЛКИ, 2008. — 452 с.

Надійшла до редколегії 1.02.2016